

## **Las elasticidades precio y renta en la determinación del efectivo en manos del público (\*)**

por ANTONI ESPASA

Servicio de Estudios. Banco de España

### **RESUMEN**

Un estudio sobre un modelo econométrico uniecuacional para la determinación del efectivo en manos del público (EF) se encuentra en Sanz (1979). En este documento partimos de dichos resultados, y en la línea de Espasa (1979) se investiga si las variables explicativas (inputs) de EF (output) deben entrar en el modelo descompuestas en sus componentes permanente y transitorio. Al formular el modelo con ambos componentes, sólo el permanente aparece como significativo. Como consecuencia de ello y dado que la contribución de los componentes transitorios de los inputs en la varianza de éstos es muy pequeña, el modelo de EF se puede formular en base a las series originales de los inputs. Así pues, como resultado de este trabajo, se obtiene un modelo de retardos racionales distribuidos para la determinación de EF, en el que el índice de coste de vida y el producto interior bruto (PIB) son los inputs. Las elasticidades a largo plazo que se obtienen para ambos son de 1,1 ( $\pm 0,04$ ) y 0,50 ( $\pm 0,06$ ), respectivamente. En este modelo, los inputs no explican, al menos plenamente, la estacionalidad del output, por lo que en este trabajo se decide emplear para el modelo en cuestión las diferencias anuales del output y los inputs. Por otro lado se detecta que los inputs son capaces de explicar la tendencia

---

(\*) Estoy muy agradecido a Mercedes Montojó por su colaboración como ayudante de investigación en este trabajo.

de EF, por lo que no es necesario tomar primeras diferencias de las variables del modelo. Este resultado se muestra importante, pues si se estima el modelo en primeras diferencias, no se identifica un efecto significativo de la renta en la determinación de EF. Esto confirma el principio de que en las relaciones entre variables macroeconómicas la decisión de formular el modelo con o sin primeras diferencias no debe hacerse en una primera etapa de identificación, en base a los modelos univariantes de las variables en cuestión, sino en una etapa ulterior al comparar los resultados de distintos modelos que relacionan las diferentes variables entre sí.

*Palabras clave:* Elasticidades efectivo-precios y efectivo-renta. Efectivo en manos del público. Retardos racionales distribuidos.

## I. UN MODELO DE RETARDOS RACIONALES DISTRIBUIDOS PARA EL EFECTIVO EN MANOS DEL PÚBLICO

En la determinación de las variables macroeconómicas es importante obtener modelos econométricos en los que la evolución tendencial (o de largo plazo) del nivel del output venga explicada por la evolución de los inputs y no por un término «residual», que recoge el efecto de todos los factores determinantes del output que no se han explicitado como inputs en el modelo.

Siguiendo la línea expuesta en Espasa (1979), dada una variable input,  $Z_t$ , se puede descomponer en:

$$Z_t = Z_t^P + Z_t^T \quad [1]$$

donde a  $Z_t^P$  y  $Z_t^T$  les denominaremos componentes permanente y transitorio de  $Z_t$ , respectivamente. Suponiendo que  $Z_t$  viene generada por un proceso ARIMA,  $Z_t^T$  se obtiene como el proceso ruido blanco de mayor varianza compatible con el modelo ARIMA de  $Z_t$  (\*) y  $Z_t^P$  se obtiene por diferencia. En este trabajo aproximaremos  $Z_t^T$  por el componente irregular que se obtiene para una serie al desestacionalizarla por el proceso denominado X-11 (\*\*). Trabajaremos con la transformación logarítmica de las variables, por lo que [1], en nuestro caso, se formulará como suma de logaritmos.

De acuerdo con la Teoría Económica, la tendencia de EF vendrá explicada, entre otros factores, por los precios registrados en el sistema. En este estudio utilizaremos el

(\*) Sobre este tipo de descomposición, véase Hillmer y Tiao (1978).

(\*\*) Un resumen del procedimiento X-11 se encuentra en Espasa (1977), y la validez del procedimiento para aproximar  $Z_t^T$  por el componente irregular que se obtiene con el método X-11, se ilustra en Hillmer y Tiao (1978).

índice del coste de vida (CV) como variable «proxy», para captar dicho efecto. Para explorar la evolución de EF no explicada por  $CV_t^P$ , estimaremos el modelo:

$$\ln EF_t = \omega \ln CV_t^P + N_t \quad [2]$$

en el que la evolución buscada vendrá aproximada por la de  $N_t$ , que es el elemento residual en [2].

En la estimación de [2], por mínimos cuadrados ordinarios (MCO), se obtienen los siguientes resultados:

$$\begin{aligned} \omega &= 1,17 (\pm 0,02) \\ \sigma \text{ (desviación estándar de } N_t) &= 0,0587 \\ \chi^2_{1,1} \text{ (estadístico Box-Pierce)} &= 69,2 \end{aligned}$$

y los residuos se dan en el gráfico 1 y su correlograma en el gráfico 2. Estos gráficos muestran que  $N_t$  tiene unos componentes tendencia-ciclo y estacional muy fuertes, y en consecuencia la evolución a largo plazo del efectivo no viene totalmente explicada por la evolución del componente permanente de los precios registrados en el sistema (\*).

El gráfico 1 muestra una evolución que insinúa que una de las variables omitidas en [1] puede ser el PIB (\*\*). Si a la vista de ello estimamos el modelo (\*\*\*):

$$\ln EF_t = \omega_{01} \ln CV_t^P + \omega_{02} \ln PIB_t^P + W_t \quad [3]$$

obtenemos los siguientes resultados:

$$\begin{aligned} \omega_{01} &= 0,95 (\pm 0,03) \\ \omega_{02} &= 0,61 (\pm 0,06) \\ \sigma &= 0,0345 \\ \chi^2_{1,1} &= 50,4 \end{aligned}$$

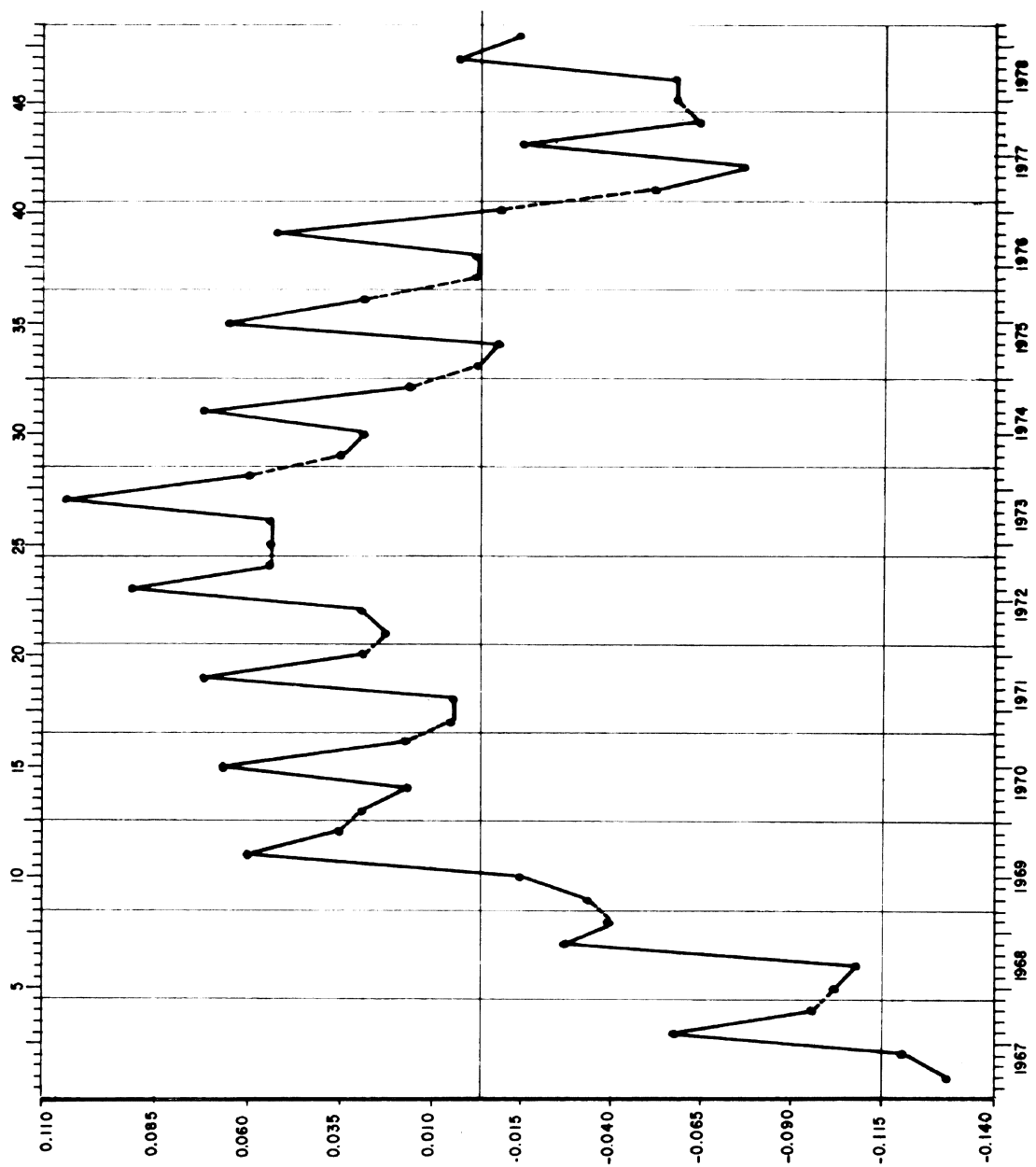
los residuos del ajuste ( $W_t$ ) se dan en el gráfico 3 y su correlograma en el 4. La característica más importante de estos residuos es que contienen un fuerte componente estacional, con lo que concluimos que la estacionalidad del output no viene apenas explicada por los inputs. Esto es debido, al menos en parte, a la utilización de una serie

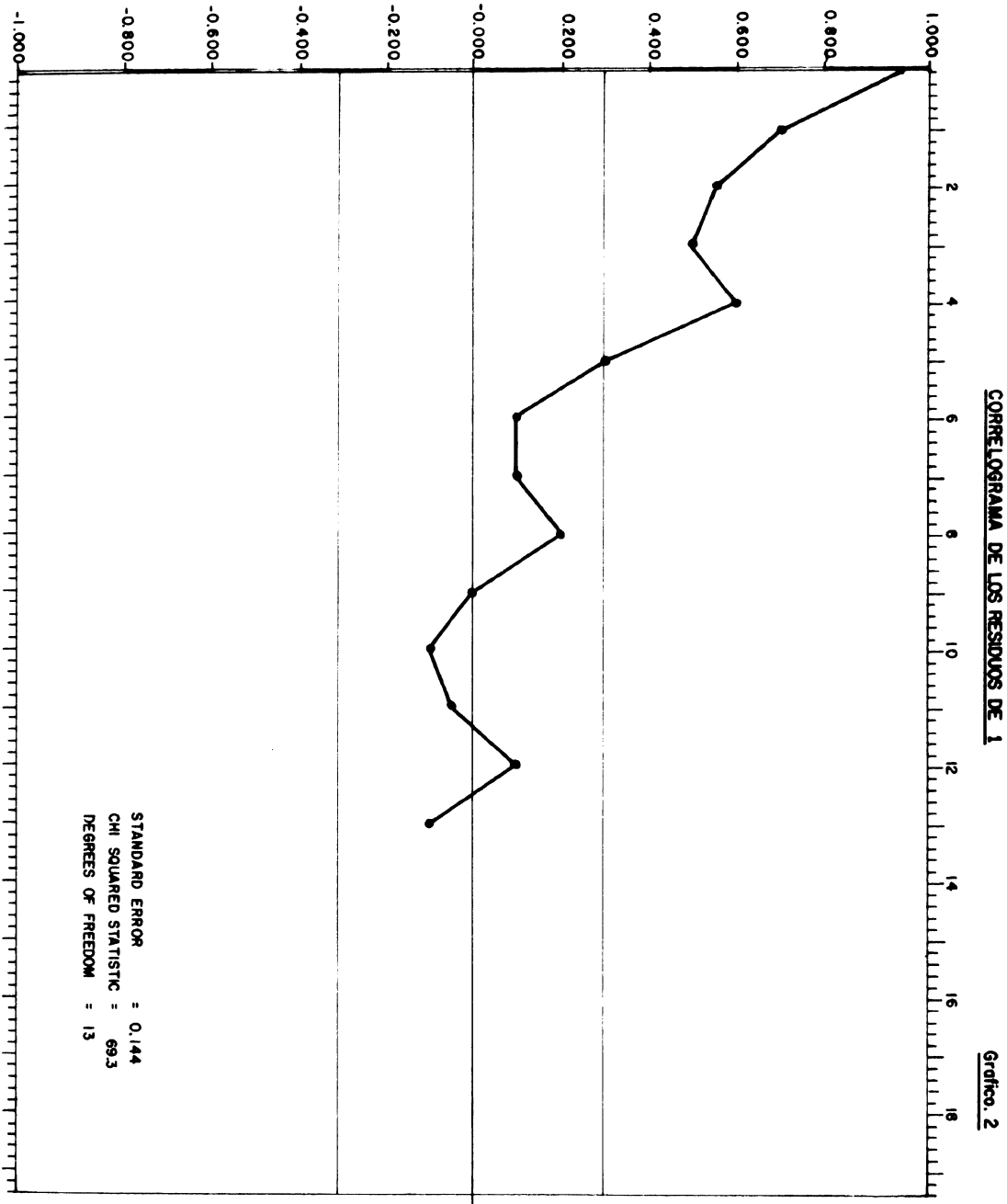
---

(\*) Obsérvese que al ser  $N_t$  no estacionario, los valores estimados (por MCO) de los parámetros del modelo no son fiables, no obstante la conclusión de que  $CV_t^P$  no explica toda la tendencia de EF es válida.

(\*\*) La racionalidad de incluir el PIB en un modelo para la determinación de EF, se discute en Sanz (1979), donde se señalan también sus limitaciones.

(\*\*\*) Los datos utilizados en este trabajo son trimestrales 1967 (I)-1978 (IV). La serie trimestral del PIB se ha obtenido de Julio Rodríguez, y es una actualización de la contenida en Rodríguez (1978). Esta serie es una serie desestacionalizada.





trimestral del PIB, que por su construcción, está desestacionalizada. Pero muy posiblemente esto no lo explique todo y el resultado obtenido puede indicar también que el PIB es una variable relevante en la determinación de la tendencia de EF, pero dado que el PIB entra en el modelo como «proxy» del volumen de transacciones y dado que hay transacciones que se realizan preferentemente en efectivo, en la medida que la cuota de participación de dichas transacciones en el volumen total tenga una evolución estacional fuerte, la utilización del agregado como input no es capaz de explicar la evolución estacional de EF. Para ello habría que incluir como input una variable «proxy» de la mencionada cuota de participación. En este estudio no nos hemos podido dedicar a investigar sobre esa variable, pero ésta es una labor que recomendamos para ulteriores trabajos.

Ante los resultados de [3], dado que  $W_t$  tiene un componente estacional no estacionario y dado que en este estudio no disponíamos de tiempo para investigar sobre los inputs que podrían explicarlo, decidimos tenerlo en cuenta tomando diferencias anuales de las variables y pasamos a estimar el modelo:

$$(1 - L^4) \ln EF = \frac{\omega_{01}}{1 - \delta_{11}L} (1 - L^4) \ln CV_t^P + \frac{\omega_{02}}{1 - \delta_{12}L} (1 - L^4) \ln PIB_t^P + u_t, \quad [4]$$

donde:

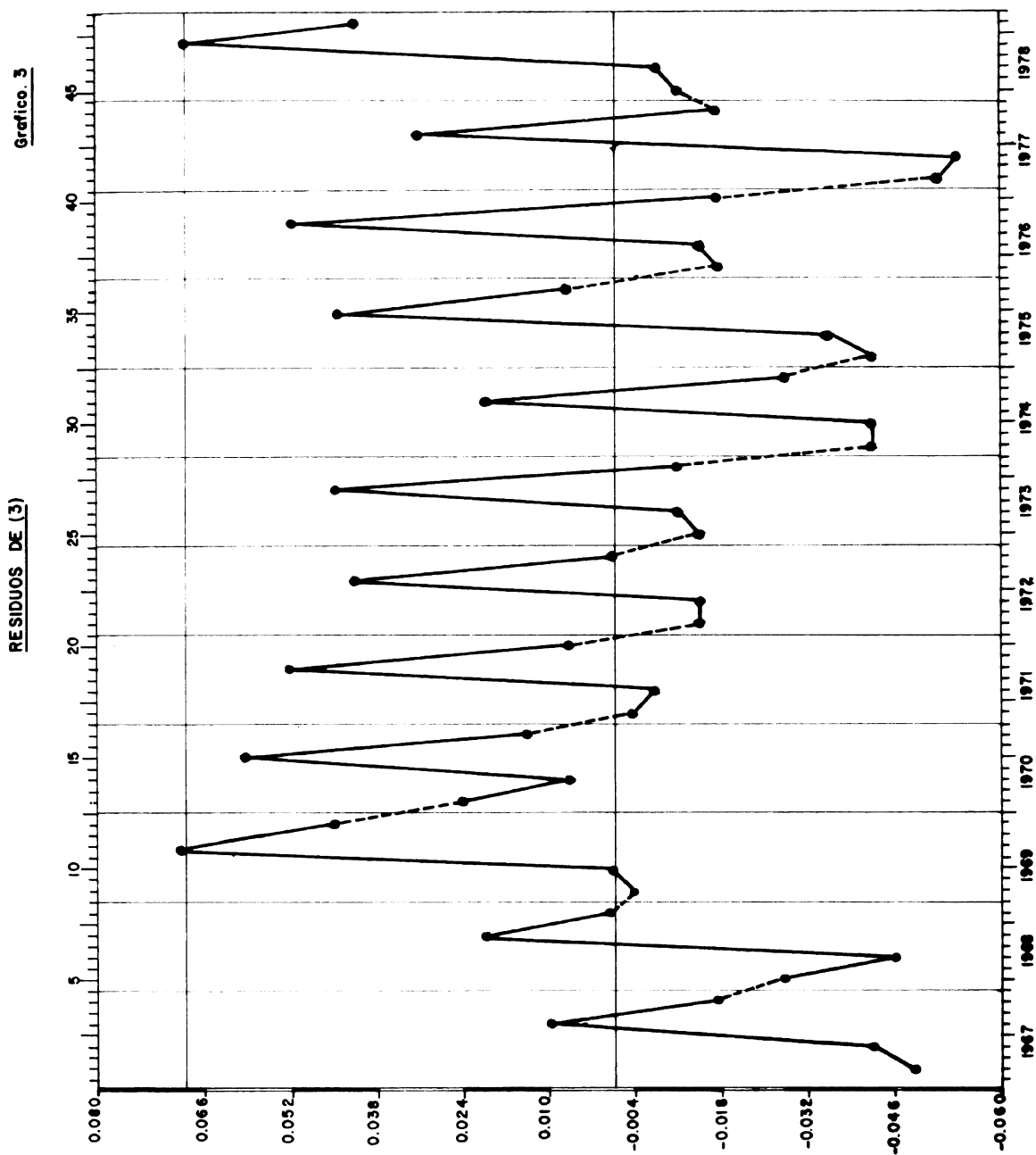
$$u_t = \frac{a_t}{(1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2)(1 - \phi_1 L^4)}$$

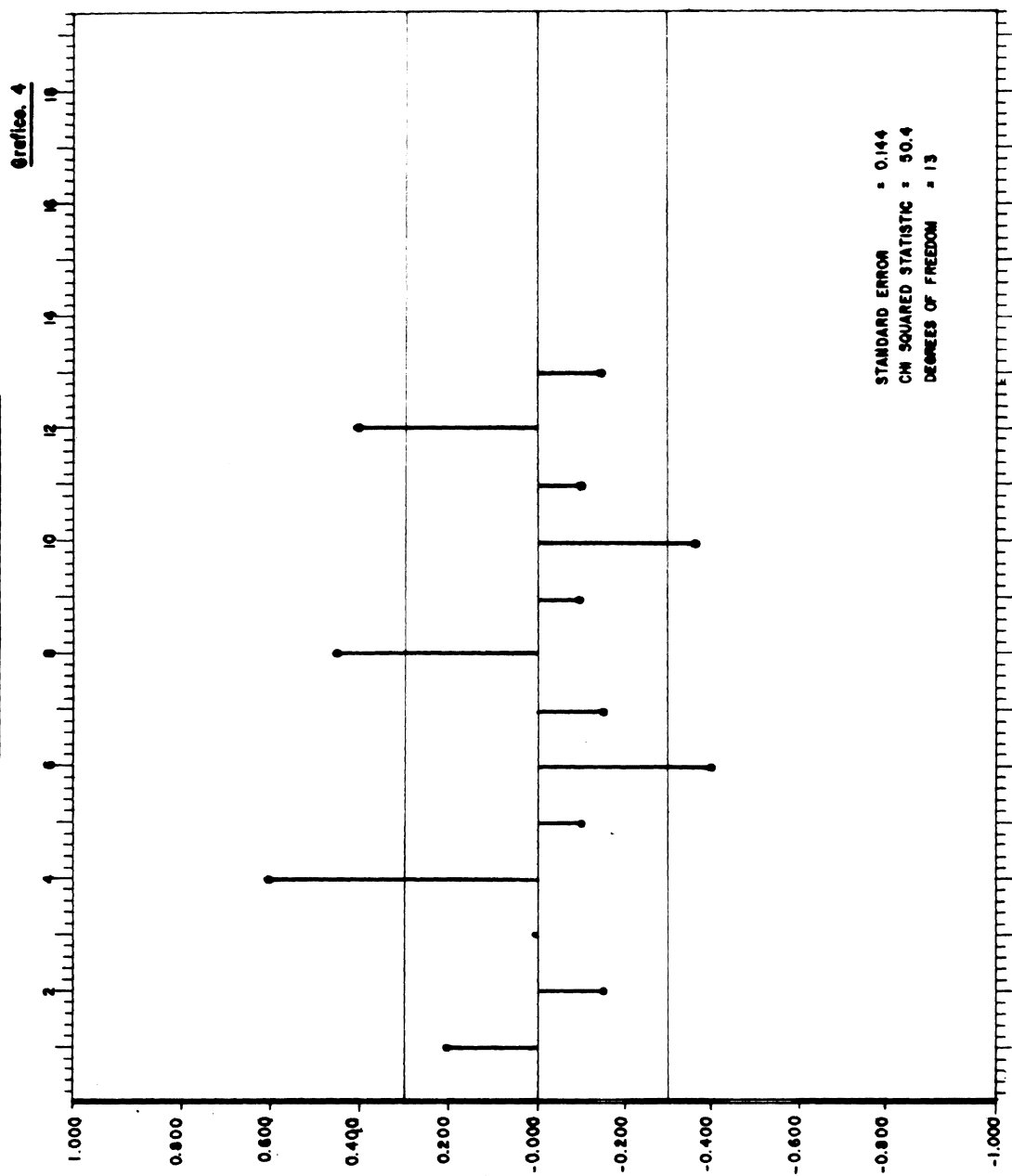
y  $L$  es el operador de retardos, tal que:

$$L^j Z_t = Z_{t-j} \bullet$$

En la estimación de [4] se obtienen los siguientes resultados:

$$\begin{aligned} \omega_{01} &= 0.18 (\pm 0.02) & \phi_1 &= 0.94 (\pm 0.18) \\ \delta_{11} &= 0.84 (\pm 0.02) & \phi_2 &= -0.35 (\pm 0.18) \\ \omega_{02} &= 0.21 (\pm 0.09) & \Phi_1 &= -0.68 (\pm 0.18) \\ \delta_{12} &= 0.58 (\pm 0.18) \\ \sigma &= 0.0074 \\ \chi^2_{10} &= 4.3 \\ \text{Correl}(\omega_{01}, \delta_{11}) &= -0.98 \\ \text{Correl}(\omega_{02}, \delta_{12}) &= -0.96 \\ \text{Correl}(\phi_1, \phi_2) &= -0.73 \\ \text{Suma de los cuadrados de los residuos} &= 0.001694 \\ (1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2) &= [1 - (0.47 + 0.36 i)L][1 - (0.47 - 0.36 i)L] \end{aligned}$$



CORRELOGRAMA DE LOS RESIDUOS DE (3)



Módulo de las raíces complejas = 0.59

Periodo  $\simeq$  9 trimestres

Elasticidad a largo plazo de:

$$- CV^P = 1.11 (\pm 0.04)$$

$$- PIB^P = 0.50 (\pm 0.06)$$

Los residuos ( $a_t$ ) de [4] se dan en el gráfico 5 y su correlograma en el gráfico 6.

Si en [4] hacemos  $\delta_{11} = \delta_{12} = 0$  y estimamos el modelo resultante con un polinomio autorregresivo (AR) en los errores de primer orden,  $\phi_1$  toma el valor unidad. A tal modelo le denominaremos [4 bis].

A la vista de dichos resultados se consideró el modelo:

$$\begin{aligned} (1 - L)(1 - L^4) \ln EF_t = & \frac{\omega_{01}}{1 - \delta_{11}L} (1 - L)(1 - L^4) \ln CV_t^P + \\ & + \frac{\omega_{02}}{1 - \delta_{12}L} (1 - L)(1 - L^4) \ln PIB_t^P + u_t \end{aligned} \quad [5]$$

donde:

$$u_t = \frac{a_t}{(1 - \phi_1 L)(1 - \phi_1 L^4)}$$

obteniéndose los siguientes resultados en su estimación:

$$\omega_{01} = 0.13 (\pm 0.08)$$

$$\phi_1 = 0.15 (\pm 0.18)$$

$$\delta_{11} = 0.90 (\pm 0.09)$$

$$\phi_1 = -0.79 (\pm 0.16)$$

$$\omega_{02} = 0.17 (\pm 0.09)$$

$$\delta_{12} = 0.74 (\pm 0.21)$$

$$\sigma = 0.0084$$

$$\chi^2_{11} = 3.9$$

$$\text{Correl}(\omega_{01}, \delta_{11}) = -0.94$$

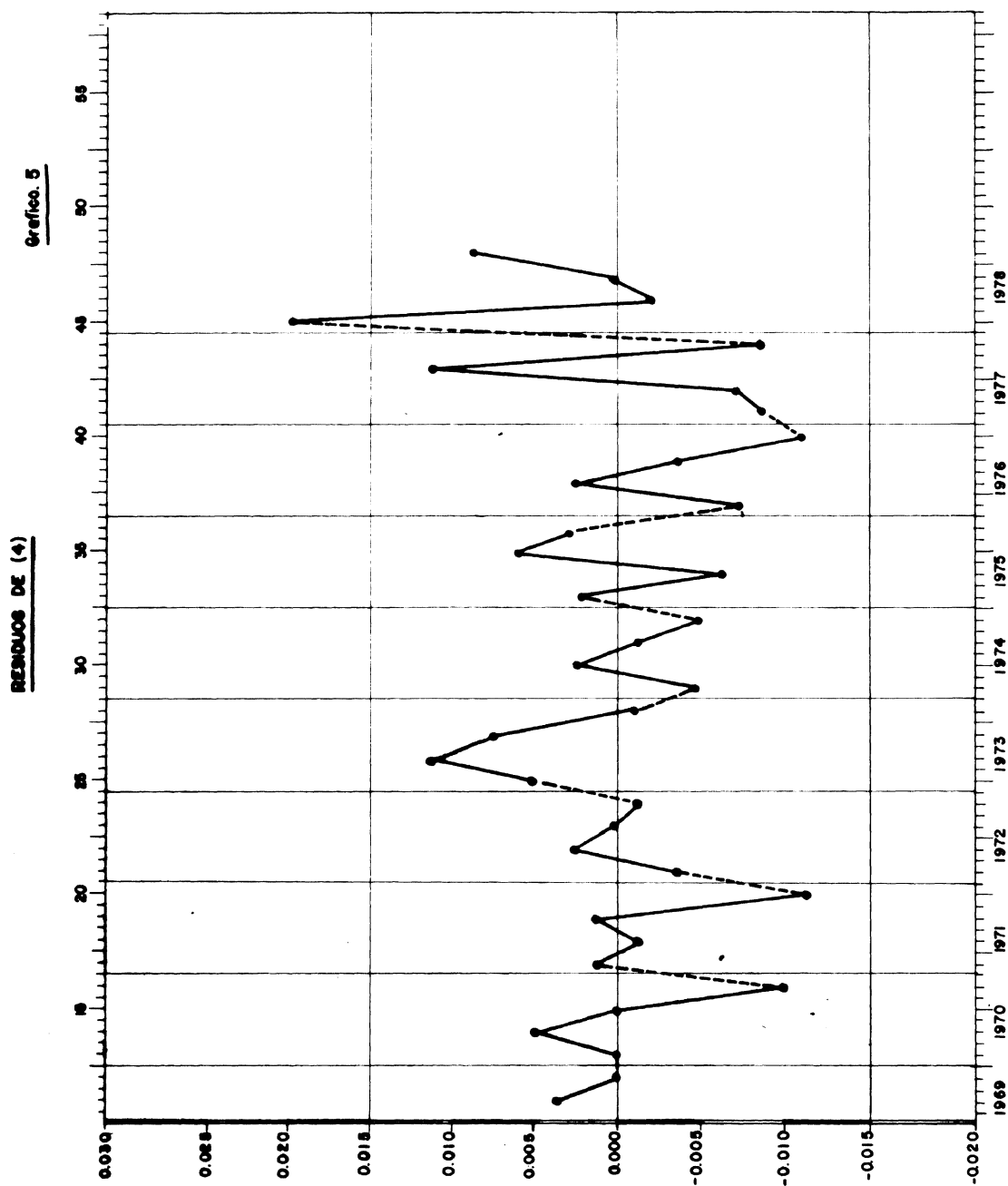
$$\text{Correl}(\omega_{02}, \delta_{12}) = -0.58$$

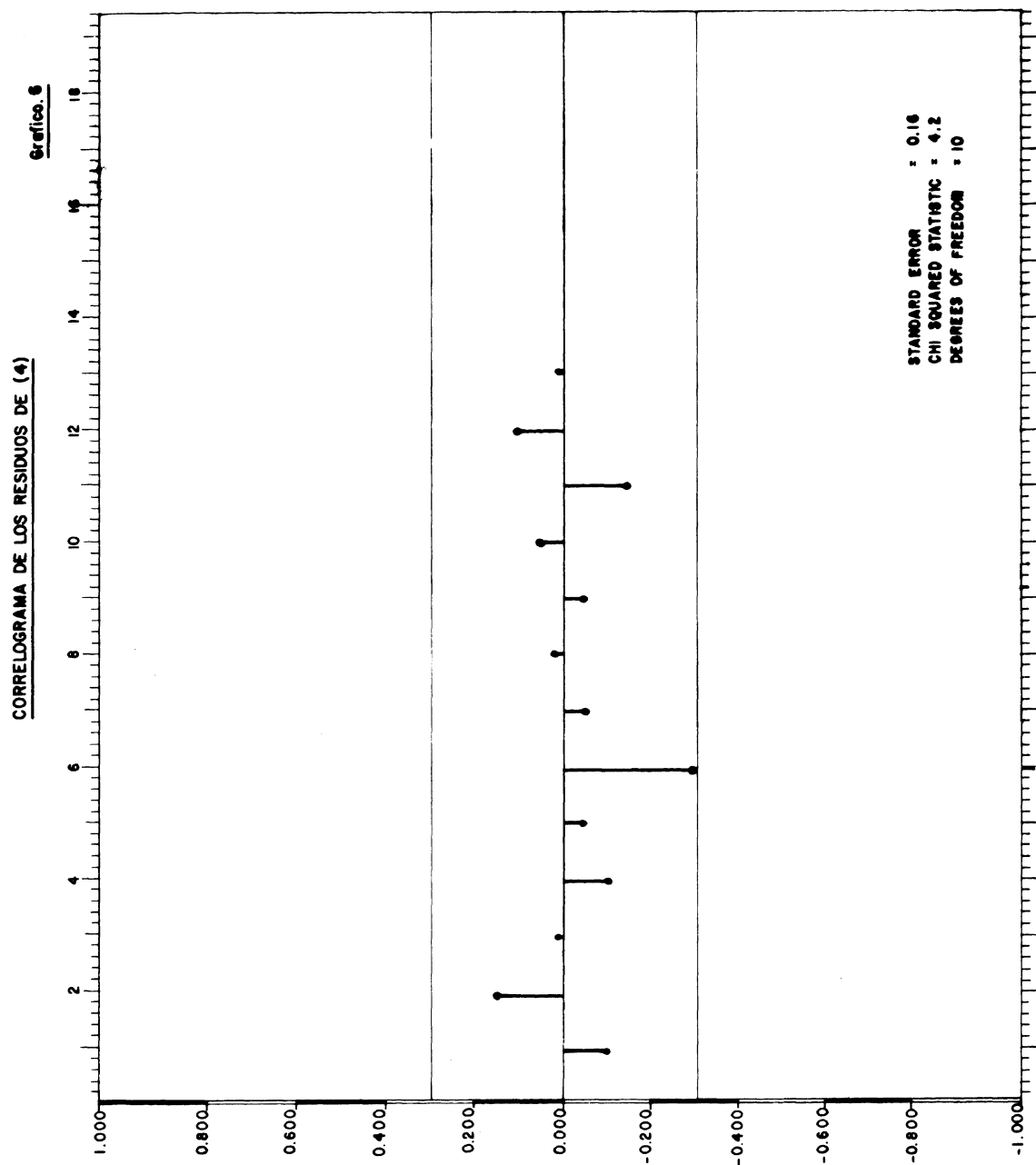
$$\text{Suma de los cuadrados de los residuos} = 0.002252$$

Elasticidad a largo plazo de:

$$- CV^P = 1.30 (\pm 0.47)$$

$$- PIB^P = 0.64 (\pm 0.43)$$





Un test del cociente de la máxima verosimilitud de [5] en contra de [4] toma el valor:

$$\lambda = 38 (\ln 0.002252 - \ln 0.001694) = 10.8 \sim \chi^2_{(1)} (*)$$

con lo que [5] se rechaza en favor de [4].

El modelo [4] presenta el problema de que los valores estimados de  $\omega_{01}$  y  $\delta_{11}$  y los de  $\omega_{02}$  y  $\delta_{12}$  están altamente correlacionados entre sí, no obstante, al considerar un modelo en el que se omiten los coeficientes  $\delta$  (modelo 4 bis), este modelo se rechaza en favor de [4]. Es decir, nos encontramos ante un modelo en el que existen dos pares de coeficientes, en los que en cada uno de ellos los respectivos coeficientes están prácticamente ligados por una restricción lineal. Si llamamos  $e_1$  y  $e_2$  a las elasticidades a largo plazo de  $CV^P$  y  $PIB^P$  respecto EF, las mencionadas restricciones son del tipo:

$$\begin{aligned} e_1 &= \omega_{01} + e_1 \delta_{11} \\ e_2 &= \omega_{02} + e_2 \delta_{12} \end{aligned} \quad [6]$$

En [6] y [7], los coeficientes  $\omega$  representan el impacto inicial, las  $e$  los impactos acumulados (es decir, la suma de todos los impactos momentáneos) y los coeficientes  $\delta$  controlan la evolución de los distintos impactos momentáneos. Lo que ocurre en la estimación de los modelos para EF que estamos considerando aquí, es que con la muestra disponible y sin introducir restricciones sobre las elasticidades a largo plazo (\*\*), éstas parecen estimarse adecuadamente, mientras que en la estimación de los impactos momentáneos, los coeficientes que los determinan están muy correlacionados. Sin embargo, el especificar el modelo con un impacto a largo, que es el impacto inicial (modelo 4 bis), parece rechazado por los datos, en favor de un modelo en el que el impacto a largo es la suma de distintos impactos momentáneos (modelo 4).

En [4] sólo hemos incluido los componentes permanentes de los inputs, pues si ampliamos [4] introduciendo los componentes transitorios de los inputs y estimamos el modelo resultante, los coeficientes de dichos componentes transitorios no son significativamente distintos de cero. Este resultado implica, pues, que en la determinación del efectivo, el coste de vida y el PIB intervienen en la misma, pero sólo a través de sus componentes permanentes o esperados. Sus componentes transitorios no parecen tener efecto alguno. Esta conclusión necesita dos puntualizaciones. Primera, recordar que los componentes transitorio y permanente que estamos utilizando se han estimado de forma aproximada solamente, mediante el procedimiento X-11. Segunda, que los inputs del modelo no explican la estacionalidad del efectivo, por lo que hemos recurrido a especi-

(\*) 38 es el número de residuos  $a_t$  que se estiman con ambos modelos.

(\*\*) Sobre la introducción de restricciones de elasticidad a largo plazo unitaria, véase Davidson et al. (1978).

ficar el modelo en diferencias anuales. Supongamos que el componente transitorio del efectivo ( $EF^T$ ) viene determinado por el modelo:

$$EF_t^T = k_1(L)CV_t^T + k_2(L)PIB_t^T + \eta_t \quad [10]$$

que sumado con el modelo que determina  $EF^P$  nos da un modelo para  $EF$ . El tomar diferencias anuales en este último supone tomarlas también en [10], con lo que estamos difuminando el efecto de las señales en [10] y amplificando el término residual ( $\eta_t$ ). Es decir, el tomar diferencias anuales puede perjudicar la estimación de los efectos transitorios de los inputs, por eso es importante explicar mediante inputs tanto la tendencia como la estacionalidad del output.

Hasta ahora hemos utilizado modelos que incluyen los componentes permanentes de los inputs, nos conviene pasar a considerar modelos en los que entren las series originales del coste de vida y del PIB.

Así pues, pasemos a estimar el modelo:

$$(1 - L^4) \ln EF_t = \frac{\omega_{01}}{1 - \delta_{11}L}(1 - L^4) \ln CV_t + \frac{\omega_{02}}{1 - \delta_{12}L}(1 - L^4) \ln PIB_t + v_t \quad [11]$$

donde:

$$v_t = \frac{a_t}{(1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2)(1 - \Phi_1 L^4)}$$

para el que se obtienen los siguientes resultados:

$$\begin{array}{ll} \omega_{01} = 0,18 (\pm 0,02) & \phi_1 = 0,99 (\pm 0,17) \\ \delta_{11} = 0,84 (\pm 0,02) & \phi_2 = -0,40 (\pm 0,17) \\ \omega_{02} = 0,20 (\pm 0,07) & \Phi_1 = -0,65 (\pm 0,18) \\ \delta_{12} = 0,60 (\pm 0,13) & \\ \sigma = 0,0071 & \end{array}$$

$$\chi^2_{10} = 2,7$$

$$\text{Correl} (\omega_{01}, \delta_{11}) = -0,98$$

$$\text{Correl} (\omega_{02}, \delta_{12}) = -0,93$$

$$\text{Correl} (\phi_1, \phi_2) = -0,75$$

$$\text{Suma de los cuadrados de los residuos} = 0,001561$$

$$(1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2) = [1 - (0,50 + 0,39 i)L][1 - (0,50 - 0,39 i)L]$$

$$\text{Módulo de las raíces complejas} = 0,63$$

$$\text{Período} \sim 9 \text{ trimestres}$$

$$\text{Elasticidad a largo plazo de:}$$

$$\text{— CV} = 1,11 (\pm 0,04)$$

$$\text{— PIB} = 0,50 (\pm 0,06)$$

Los residuos de [11] se dan en el gráfico 7 y su correlograma en el gráfico 8.

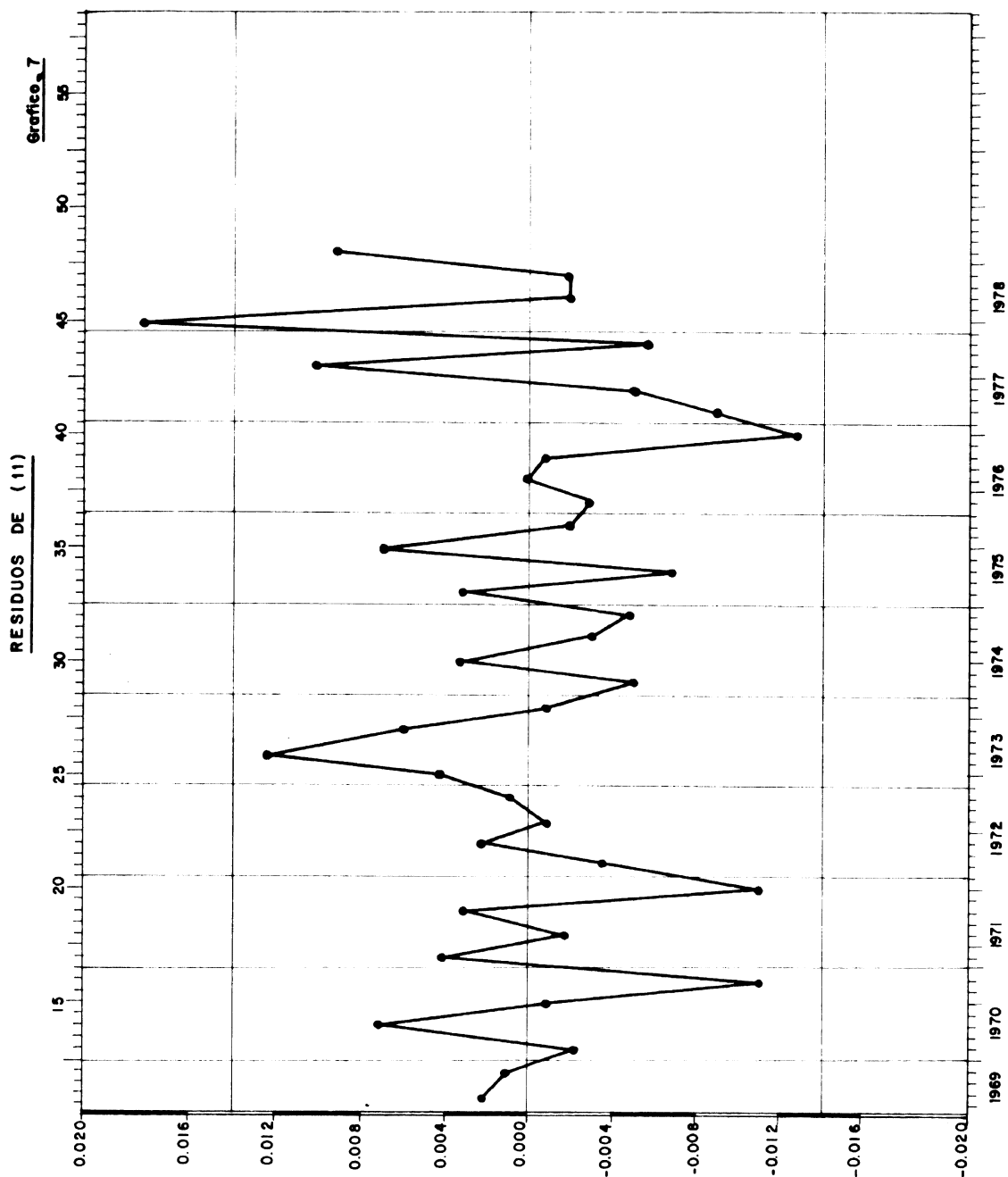
Dada la forma de construir  $CV^P$  y  $PIB^P$ , que es aplicando un filtro simétrico a CV y PIB, respectivamente, tenemos que [4] puede verse como un modelo de retardos racionales distribuidos sobre CV y PIB al igual que [11], pero con restricciones en los coeficientes. Así pues, podemos utilizar el coeficiente de la máxima verosimilitud para contrastar el modelo restringido [4] en contra del modelo amplio [11]. Este test toma el valor:

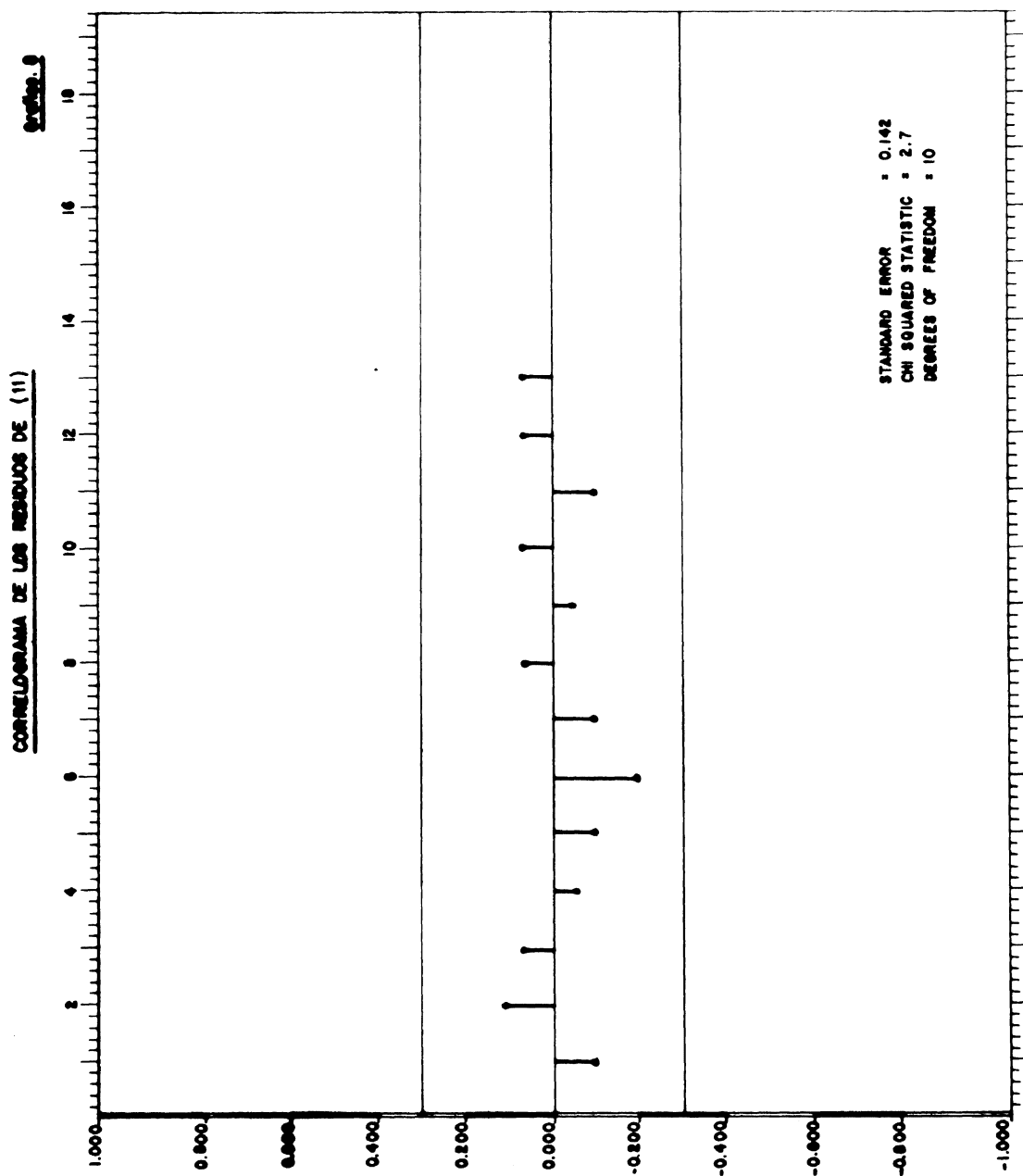
$$\lambda = 48 (\ln 0,001694 - \ln 0,001561) = 3,11$$

con lo que [4] no se rechaza en favor de [11]. No obstante, al no ser los componentes transitorios de CV y PIB significativos en la determinación de EF y al contribuir sólo en una parte muy pequeña en la varianza de CV y PIB, los modelos [4] y [11] son indiferentes, por lo que se puede escoger [11], que está formulado en base a variables observables.

Conviene observar que en [4] y [11] se detecta un efecto significativo de la renta en la determinación del efectivo. Este efecto no se detecta cuando en ambos modelos se toman las variables en primeras diferencias (véase modelo [5]). Este resultado pone de manifiesto que en las relaciones con variables macroeconómicas, la decisión de especificar el modelo, con o sin primeras diferencias, no debe hacerse en una primera etapa de identificación en base a los modelos univariantes de las diferentes variables, sino posteriormente, al comparar resultados con distintos modelos. En principio podemos decir que en las relaciones entre variables macroeconómicas con frecuencia los inputs influyen en la tendencia del output, y especificando el modelo en primeras diferencias, difuminamos la información muestral disponible para detectar posibles relaciones.

Señalemos, por último, que los hábitos de realizar transacciones en efectivo están cambiando y cada vez son más las transacciones que se realizan con otros medios de pagos, como cheques y tarjetas de crédito. En consecuencia, en la determinación del efectivo en manos del público, debiera entrar una variable explicativa que recogiera el volumen de pagos realizados con medios distintos al efectivo. Desgraciadamente, hasta el momento no disponemos de una buena serie al respecto, pero cuando dicha serie esté disponible, será recomendable el actualizar los resultados de este trabajo, incluyendo la mencionada variable en el modelo.







## BIBLIOGRAFIA

- DAVIDSON, J. E. H.; HENDRY, D. F.; SRBA, F., y YEO, S.: «Econometric Modelling of the aggregate time-series relationship between consumers' expenditure and income in the United Kingdom». *Econometric Journal*, diciembre, 88, 661-691 (1978).
- ESPASA, A.: «El problema de la desestacionalización de las series económicas: métodos utilizados y su interpretación». *Boletín de Estudios Económicos*, núm. 101, agosto, 461-780 (1977).
- ESPASA, A.: «Relationships between variables: the short and long run effects». Ponencia presentada al Congreso Europeo de la «Econometric Society», Atenas (1979).
- RODRÍGUEZ, J.: «El PIB trimestral de España, 1958-1975: Avance de cifras y comentarios». Documento de trabajo 7802, Banco de España (1978).
- SANZ, R.: «Comportamiento del público ante el efectivo». Documento de trabajo 7902, Banco de España (1979).
- TIAO, G. C., y HILLMER, S. C.: «Some consideration of descomposition of a time series». *Biometrika*, 65, 3, 497-502 (1978).

## SUMMARY

Following the trend outlined in Espasa 1979, the present paper studies whether the explanatory variables of an uniequational model that accounts for publicly held currency (EF), should be broken up in the model into their permanent and transitory components. To our mind, only the permanent component is significant and since the contribution of the transitory component to the aggregate of each input is of small import, the inputs of the EF model may be expressed in their original terms. We consider that a rational distributed lag model explains EF, whose inputs are a price index and the GDP. The long run elasticities obtained are 1.1 ( $\pm 0.04$ ) and 0.50 ( $\pm 0.06$ ), respectively. The model's input does not entirely account for the seasonality of EF and that is why annual differences in the variables have been preferred for this model. On the contrary, the inputs fully explain the trend of EF; it is not necessary, therefore, to specify the model, using first differences. This is an important result, as working with first differences have not enabled us to identify a significant effect for the GDP. As a consequence of said result, it may be concluded that in specifying rational distributed lag models for macroeconomic variables, it seems risky to use first differences from the beginning. This point should be tested at a later stage of the research.

*Key words:* Currency-price and currency-income elasticities. Rational distributed lag. Publicly held currency.

AMS, 1970. Subject classification: 90A15 y 90A20.

